Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

Дисциплина: Моделирование

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 7

на тему

АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

ВАРИАНТ № 6

Студент: П.В. Сякачёв

Проверила: Ю.О. Герман

МИНСК 2022

# 1. Цель работы

Изучить виды моделей массового обслуживания и методы расчётов их параметров.

# 2. Задание

## 2.1 Одноканальные системы

Станок используется для обработки некоторых деталей. Интервалы между деталями, поступающими на обработку, составляют 10…15 минут. Время обработки детали на станке – экспоненциальная величина со средним значением 12 минут. Затраты, связанные с работой станка, составляют 18 денежных единиц в час, когда станок работает (т.е. обрабатывает детали), и 5 денежных единиц в час – когда станок простаивает. Прочие затраты на обработку одной детали составляет 3 денежных единиц. Детали продаются по цене 15 денежных единиц.

Вычислить характеристики станка, а также прибыль от его работы за 8 часов.

Предполагая, что интервалы между деталями и времена обработки – экспоненциальные случайные величины, найти следующие вероятности:

- вероятность наличия в системе ровно двух деталей;

- вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит более трех;

- вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит не более четырех;

- вероятность того, что в системе не будет ни одной детали, ожидающей обработки.

## 2.2 Многоканальные системы без ограничения на очередь

Два станка используются для обработки некоторых деталей. Интервалы между деталями, поступающими на обработку, составляют 15 минут. Время обработки детали на станке – 8 минут. Затраты, связанные с работой станка, составляют 18 денежных единиц в час, когда станок работает (т.е. обрабатывает детали), и 5 денежных единиц в час – когда станок простаивает. Прочие затраты на обработку одной детали составляет 3 денежных единиц. Детали продаются по цене 15 денежных единиц.

а) Вычислить характеристики системы.

б) Вычислить следующие вероятности состояний:

* вероятность наличия в системе ровно двух деталей;
* вероятность наличия в системе ровно пяти деталей;
* вероятность того, что поступившая деталь будет сразу же (без ожидания в очереди) принята на обработку;
* вероятность наличия в системе не более трех деталей;
* вероятность наличия в системе более чем трех деталей, ожидающих обработки.

в) Найти:

* достаточно ли одного станка для обработки деталей;
* сможет ли система с двумя станками обслуживать детали, если в нее будет поступать дополнительный поток деталей со средним интервалом между деталями 7 минут.

г) Вычислить прибыль за 8 часов работы.

## 2.3 Системы с приоритетами

В некоторой система массового обслуживания обрабатываются заявки двух типов (A и B). Интервалы между моментами поступления заявок – экспоненциальные случайные величины со средним значением 10(А) и 20(В) минут. Время обработки заявок – 3 ± 1 минута (А) и экспоненциальная случайная величина со средним значением 4 минуты (В).

Вычислить характеристики системы для трех дисциплин обслуживания: а) без приоритетов; б) с относительными приоритетами; в) с абсолютными приоритетами. Для дисциплин обслуживания с приоритетами более высокий приоритет имеют заявки с меньшим ожидаемым временем обслуживания.

Проанализировать полученные характеристики и выбрать дисциплину обслуживания, обеспечивающую кратчайшее среднее время пребывания заявки в СМО.

# 3. Ход работы

## 3.1 Одноканальные системы

### 3.1.1 Вычисление характеристик станка

Так как известно, что распределение времени между заявками является равномерным, а распределение времени обслуживания – экспоненциальным, то можем найти коэффициенты вариации:

Так как интервалы между деталями, поступающими на обработку, составляют 10…15 минут, то среднее время поступления заявки в систему – 12,5 минут, таким образом, интенсивность потока:

Интенсивность обслуживания заявок:

Нагрузка на СМО:

Так как коэффициент Pотк = 0 (данная СМО не имеет ограничений на очередь), то коэффициент загрузки равен нагрузке и равен среднему числу заявок на обслуживании = U = = 0,96, а пропускная способность равна интенсивности потока γ = = 0,08.

Вероятность простоя:

Средняя длина очереди:

Среднее число заявок в СМО:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывание заявки в СМО:

### 3.1.2 Вычисление прибыли от работы станка за 8 часов

Выручка от обслуживания заявок в СМО в течение 8 часов (480 минут):

Затраты, связанные с обслуживанием заявок:

Затраты, связанные с эксплуатацией СМО:

Таким образом, прибыль от работы станка равна разности выручки от продажи деталей и затрат: 576 – 115,2 – 139,84 = 320,96 денежных единиц.

### 3.1.3 Вычисление вероятностей

Вероятность наличия в системе ровно двух деталей:

Вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит более трех:

Вероятность того, что количество деталей, ожидающих обработки, составит не более четырех:

Вероятность того, что в системе не будет ни одной детали, ожидающей обработки равна вероятности простоя:

## 3.2 Многоканальные системы без ограничения на очередь

### 3.2.1 Вычисление характеристик системы

Так как известно, что распределение времени между заявками и распределение времени обслуживания являются экспоненциальными, то коэффициенты вариации:

Интенсивность потока заявок:

Интенсивность обслуживания заявок:

Нагрузка на СМО:

Так как коэффициент Pотк = 0 (данная СМО не имеет ограничений на очередь), то коэффициент загрузки равен нагрузке и равен среднему числу заявок на обслуживании = U = = 4/15, а пропускная способность равна интенсивности потока γ = = 1/15.

Вероятность простоя:

Средняя длина очереди:

Среднее число заявок в СМО:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывание заявки в СМО:

### Вычисление вероятностей

Вероятность наличия в системе ровно двух деталей:

Вероятность наличия в системе ровно пяти деталей:

Вероятность того, что поступившая деталь будет сразу же (без ожидания в очереди) принята на обработку, то есть в системе на этот момент будет 1 или 0 деталей:

Вероятность наличия в системе не более трех деталей:

Вероятность наличия в системе более чем трех деталей, ожидающих обработки:

### Анализ СМО

Чтобы определить, достаточно ли одного станка для обработки деталей, нужно вычислить нагрузку на СМО, приняв количество каналов (*m*) за 1:

Так как полученная нагрузка меньше единицы, следовательно одного станка будет достаточно для обработки.

Чтобы определить, сможет ли система с двумя станками обслуживать детали, если в нее будет поступать дополнительный поток деталей со средним интервалом между деталями 7 минут, необходимо найти нагрузку на СМО с учетом второго потока деталей.

Найдём интенсивность обоих потоков деталей:

Интенсивность потоков всех деталей:

Нагрузка на СМО:

Так как полученная нагрузка меньше единицы, следовательно система с двумя станками может справиться с двумя потоками.

### Вычисление прибыли от работы станка за 8 часов

Выручка от обслуживания заявок в СМО в течение 8 часов (480 минут):

Затраты, связанные с обслуживанием заявок:

Затраты, связанные с эксплуатацией СМО:

Таким образом, прибыль от работы станка равна разности выручки от продажи деталей и затрат: 576 – 115,2 – 139,84 = 320,96 денежных единиц.

## 3.3 Системы с приоритетом

### 3.3.1 Вычисление общих характеристик

Интенсивность потока заявок:

Найдём доли для каждого потока:

Так как время поступления заявок – случайные экспоненциальные величины, то коэффициент вариации времени поступления .

### 3.3.2 Вычисление характеристик СМО без приоритетов

Среднее время обслуживания:

Интенсивность обслуживания:

Найдём дисперсию времени обслуживания:

Найдём коэффициент вариации времени обслуживания:

Нагрузка на СМО:

Так как коэффициент Pотк = 0 (данная СМО не имеет ограничений на очередь), то коэффициент загрузки равен нагрузке и равен среднему числу заявок на обслуживании = U = = 0,5, а пропускная способность равна интенсивности потока γ = = 0,15.

Вероятность простоя:

Средняя длина очереди:

Среднее число заявок в СМО:

Среднее время пребывания заявки в очереди:

Среднее время пребывание заявки в СМО:

### 3.3.3 Вычисление характеристик СМО с относительными приоритетами

Найдём интенсивность обслуживания заявок с разным уровнем приоритета:

Нагрузка на СМО:

Так как коэффициент Pотк = 0 (данная СМО не имеет ограничений на очередь), то коэффициент загрузки равен нагрузке и равен среднему числу заявок на обслуживании = = , а пропускная способность равна интенсивности потока = .

Вероятность простоя:

Коэффициенты вариации времени обслуживания:

Среднее время пребывания в очереди для заявок с различным уровнем приоритета:

Среднее время пребывания в очереди:

Среднее время пребывание заявки в СМО:

Среднее число заявок в СМО:

Среднее число заявок в очереди:

### 3.3.4 Вычисление характеристик СМО с абсолютными приоритетами

Вычисление начнём с вычисления времени пребывания заявок в очереди, все необходимые значения уже рассчитаны в пунктах 3.3.1 и 3.3.4.

Среднее время пребывания в очереди:

Среднее время пребывание заявки в СМО:

Среднее число заявок в СМО:

Среднее число заявок в очереди:

### 3.3.4 Анализ результатов

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дисциплина обслуживания | FIFO | С относительными приоритетами | | | С абсолютными приоритетами | | |
| Тип сигнала | Все | *A* | *B* | Все | *A* | *B* | Все |
| ρ | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,5 |
| , мин | 2,53 | 1,81 | 3,62 | 2,41 | 0,77 | 5,33 | 2,27 |
| , мин | 5,86 | 4,81 | 7,62 | 5,74 | 3,77 | 9,33 | 5,60 |
| , сигналов | 0,88 | 0,48 | 0,38 | 0,86 | 0,38 | 0,47 | 0,85 |
| , сигналов | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,5 |
| , сигналов | 0,38 | 0,18 | 0,18 | 0,36 | 0,08 | 0,27 | 0,35 |
| γ, сигналов/мин | 0,15 | 0,1 | 0,05 | 0,15 | 0,1 | 0,05 | 0,15 |
| *P*0 | 0,5 | – | – | 0,5 | – | – | 0,5 |
| *U* | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,5 | 0,3 | 0,2 | 0,5 |

Из полученных результатов видно, что среднее время пребывания заявки в СМО для дисциплины без приоритетов составляет 5,86 мин, для обслуживания с относительными приоритетами – 5,74 мин, а с абсолютными приоритетами – 5,6 мин. Таким образом для того, чтобы среднее время обработки сигналов было минимальным, следует использовать дисциплину обслуживания с абсолютными приоритетами.

## Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы был получен опыт расчёта характеристик для различных СМО, расчёта прибыли и сравнения различных дисциплин обслуживания.